

## АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ КВАНТОВАНИЯ $\Sigma\Delta$ -АЦП

В. А. Юрманов, К. Ю. Пискаев

На сегодняшний день  $\Sigma\Delta$ -АЦП благодаря своим уникальным метрологическим и техническим характеристикам прочно вошли в состав многих систем измерения. Высокое разрешение и наличие встроенного предварительного усилителя с программируемым коэффициентом усиления позволяют применять серийные  $\Sigma\Delta$ -АЦП для непосредственной оцифровки сигналов малого уровня, которые поступают с датчиковой аппаратуры. В частности, сегодня измерительные  $\Sigma\Delta$ -АЦП практически незаменимы в задачах преобразования тензометрических сигналов, биометрических сигналов, сигналов термпар и др., т.е. там, где требуется обеспечение динамического диапазона на уровне 120 дБ и разрешения до единиц микровольт [1, 9].

Известно, что у  $\Sigma\Delta$ -АЦП имеется возможность выполнять «обмен» разрешения по напряжению на разрешение по времени или, другими словами, производить оптимизацию преобразователя по критерию «точность-быстродействие» для конкретной практической задачи. При этом сам  $\Sigma\Delta$ -АЦП остается в режиме непрерывного функционирования, а изменяется лишь интервал снятия цифровых отсчетов [3].

Следует отметить, что согласно паспортным данным эффективная разрядность, равная 24 двоичным разрядам, достигается только на частотах преобразования порядка 10 Гц. В табл. 1 приведены примеры, показывающие варианты обмена разрешения по напряжению на разрешение по времени для некоторых микросхем  $\Sigma\Delta$ -АЦП производства Analog Devices и Texas Instruments [4–6].

Таблица 1

Примеры характеристик микросхем  $\Sigma\Delta$ -АЦП

Микросхема $\Sigma\Delta$ -АЦП	Характеристики	
AD7791 (2003 г.)	Эффективная разрешающая способность:	
	22 бита	при частоте 9,5 Гц
	20 бит	при частоте 33,3 Гц
	18 бит	при частоте 120 Гц
ADS1274 (2007 г.)	Отношение сигнал/шум:	
	111 дБ	при частоте 52 кГц
	106 дБ	при частоте 144 кГц
AD7765 (2009 г.)	Динамический диапазон:	
	115 дБ	при частоте 78 кГц
	112 дБ	при частоте 156 кГц
AD7195 (2010 г.)	Эффективная разрешающая способность:	
	22 бита	при частоте 4,7 Гц
	14 бит	при частоте 4,8 кГц
ADS131e08 (2013 г.)	Эффективная разрешающая способность:	
	20 бит	при частоте 1 кГц
	18 бит	при частоте 8 кГц
	16 бит	при частоте 32 кГц

Из приведенных данных видно, что за получение эффективной разрешающей способности в 20 и более бит необходимо «платить» существенными временами преобразования. Такая ситуация обусловлена используемыми подходами к анализу работы  $\Sigma\Delta$ -преобразователей. Во всех из-

вестных авторам публикациях утверждается, что « $\Sigma\Delta$ -модулятор очень сложно анализировать во временном интервале из-за явно случайного характера одноразрядных выходных данных» [1, с. 289]. Поэтому применяется анализ в частотной области, а расчет характеристик и путей их достижения проводится на основе концепций передискретизации, шейпинга шума квантования, цифровой фильтрации шума квантования и децимации. Данные концепции хорошо известны и подробно описаны в литературе [1, 2, 7, 8], поэтому ввиду ограниченности работы поясняться не будут.

Однако «обмен» разрешающей способности на время преобразования разворачивается во временной области и непосредственно связан с механизмом формирования результата [10, 11]. Поэтому с целью определения возможных путей повышения характеристик  $\Sigma\Delta$ -преобразователей по критерию «точность-быстродействие» решено провести соответствующий анализ во временной области на базовом алгоритме  $\Sigma\Delta$ -АЦП первого порядка.

В  $\Sigma\Delta$ -АЦП преобразование происходит в две стадии: на первой входное аналоговое напряжение преобразуется в бинарный поток данных; на второй – выборка бинарных данных посредством цифровой фильтрации преобразуется в итоговый цифровой отсчет. Первая операция выполняется  $\Sigma\Delta$ -модулятором путем формирования на выходе интегратора развертывающей функции  $R(t)$  поочередным интегрированием суммы или разности входного  $U_x$  и опорного  $U_0$  напряжений в тактах синхронизации фиксированной длительности  $T_0$ . Модулятор первого порядка (порядок определяется количеством интеграторов) состоит из одного интегратора, одноразрядного квантователя (компаратора, синхронизированного частотой  $f_0$ ) и одного одноразрядного ЦАП (рис. 1). Смена знака опорного напряжения выполняется в начале каждого такта синхронизации  $T_0$ , если на предыдущем такте  $R(t)$  изменила свой знак на противоположенный. Таким образом, на интервале преобразования  $T_n = MT_0$  (где  $M$  – целое число) формируется один цифровой отсчет, соответствующий среднему значению входного напряжения на этом интервале. Данная стадия преобразования выполняется цифровым фильтром (ЦФ) с функцией прореживания (децимации). В простейшем случае данный ЦФ выполняет простую операцию усреднения.

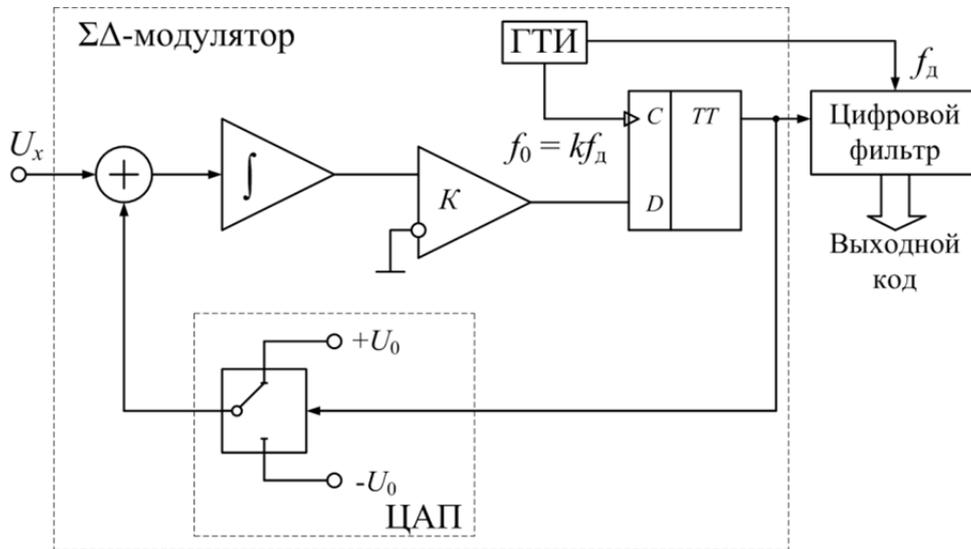


Рис. 1. Структура  $\Sigma\Delta$ -АЦП первого порядка

Согласно приведенному описанию в  $\Sigma\Delta$ -АЦП осуществляется уравнивание значения  $\int_0^{T_n} U_x dt$  последовательностью значений  $\sum_{i=1}^n \int_0^{T_0} U_0^+ dt$  и  $\sum_{j=1}^m \int_0^{T_0} U_0^- dt$ , где  $U_x$  – входное преобразуемое напряжение,  $U_0^+$  и  $U_0^-$  – значения положительного и отрицательного опорных напряжений,  $n$  и  $m$  – целые числа,  $T_0$  – длительность такта синхронизации,  $T_n = (n + m)T_0$  – интервал преобразования. Так как  $U_x$  может принимать бесконечное число значений, а все остальные величины конечны, то процесс полного завершения преобразования именно за время  $T_n$  может произойти только в ко-

нежном числе случаев. В остальных случаях имеет место методическая погрешность  $\Delta R$ . Соответствующая этому математическая модель имеет следующий вид:

$$\int_0^{T_n} U_x dt - \left[ \sum_{i=1}^n \int_0^{T_0} U_0^+ dt + \sum_{j=1}^m \int_0^{T_0} U_0^- dt \right] = \begin{cases} 0 \\ \Delta R \end{cases}. \quad (1)$$

Временные диаграммы, описывающие работу  $\Sigma\Delta$ -АЦП первого порядка, представлены на рис. 2. Кроме развертывающей функции  $R(t)$  (верхний график) и соответствующих ей бинарных данных на выходе  $\Sigma\Delta$ -модулятора (нижний график), процесс формирования  $R(t)$  для большей наглядности показан в виде вольт-секундных площадей  $S_{R+} = \int_0^{T_0} (U_x + U_0) dt$  и  $S_{R-} = \int_0^{T_0} (U_x - U_0) dt$

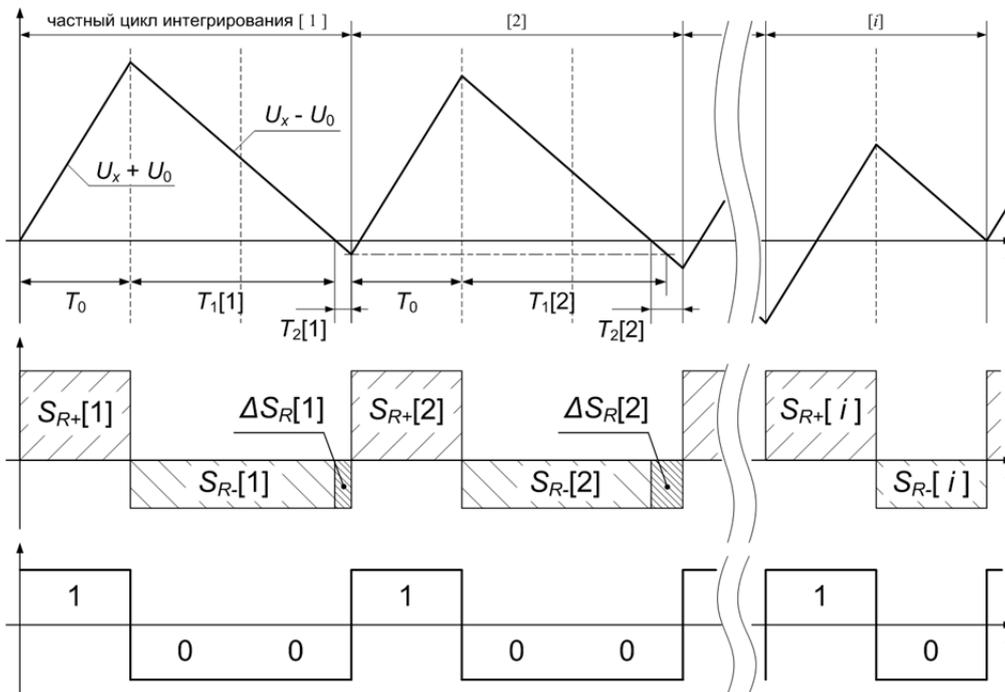


Рис. 2. Временные диаграммы, показывающие процесс формирования развертывающей функции в  $\Sigma\Delta$ -АЦП

Чтобы пояснить детерминированность погрешности квантования, проанализируем процесс формирования развертывающей функции в  $\Sigma\Delta$ -АЦП, разбивая ее на частные циклы интегрирования (рис. 2). Будем считать, что входное напряжение постоянно  $U_x = \text{const}$  на всем интервале преобразования. В первом частном цикле интегрирования имеют место нулевые начальные условия. Запишем соответствующее ему выражение для развертывающей функции:

$$R[1] = T_0(U_x + U_0) + T_1[1](U_x - U_0) + T_2[1](U_x - U_0). \quad (2)$$

Первое и второе слагаемые правой части выражения (2) представляют собой идеальный результат преобразования, а третье слагаемое – погрешность преобразования за первый частный цикл интегрирования. Выразим погрешность формирования развертывающей функции:

$$T_2[1](U_x - U_0) = T_0(U_x + U_0) + 2T_0(U_x - U_0). \quad (3)$$

Для второго частного цикла с учетом ненулевых начальных условий получаем

$$R[2] = T_0(U_x + U_0) + T_1[2](U_x - U_0) + T_2[2](U_x - U_0) - T_2[1](U_x - U_0).$$

Учитывая, что  $T_1[1] = T_1[2] = T_1[i]$  и  $T_2[2] = 2T_2[1]$ , так как  $U_x = \text{const}$ , получаем

$$T_2[2](U_x - U_0) = 2T_0(U_x + U_0) + 4T_0(U_x - U_0).$$

Отсюда запишем выражение для НРФ за два частных цикла интегрирования:

$$R[1+2] = 2T_0(U_x + U_0) + 2T_1[1](U_x - U_0) + 2T_2[1](U_x - U_0).$$

Аналогично для трех частных циклов:

$$R[1+2+3] = 3T_0(U_x + U_0) + 3T_1[1](U_x - U_0) + 3T_2[1](U_x - U_0).$$

Пусть  $T_2[1] = kT_0$ , где  $0 \leq k < 1$ , тогда

$$T_1[1] = mT_0 - kT_0 = (m - k)T_0.$$

На этой основе запишем общее выражение для развертывающей функции за  $n$  частных циклов интегрирования:

$$R[n] = \sum_{i=1}^n [T_0(U_x + U_0) + (m - k)T_0(U_x - U_0)] + \sum_{i=1}^n [kT_0(U_x - U_0)]. \quad (4)$$

Для большей наглядности произведем следующие замены:  $U_{\Sigma} = (U_x + U_0)$  и  $U_{\Delta} = (U_x - U_0)$ . Согласно выражению (1) в случае нулевых начальных условий для нахождения результата преобразования необходимо обеспечить  $R[n] = 0$ , тогда

$$\sum_{i=1}^n [U_{\Sigma} + (m - k)U_{\Delta}] + \sum_{i=1}^n [kU_{\Delta}] = 0. \quad (5)$$

Выражение (5) дает представление о природе методической погрешности квантования  $\Sigma\Delta$ -АЦП. В нем левая сумма представляет собой результат преобразования без погрешности, а правая – саму погрешность. Переменные  $n$  и  $m$  – целые числа, а  $k$  – дробное. Таким образом, решение может быть получено в целых числах только в моменты формирования развертывающей функции, когда  $nk = l$ , где  $l$  – целое число.

Обеспечения выполнения равенства в выражении (5) (с учетом требования:  $n$  и  $m$  – целые числа) можно добиться, сделав величину  $U_0$  переменной. В этом случае необходимо иметь ряд  $U_0$  для диапазона средних значений входного  $U_x$ . Данный подход реализует аппарат скремблирования в современных устройствах  $\Sigma\Delta$ -АЦП. Очевидно, что для повышения числа решений необходимо увеличивать количество  $U_0$ , что приводит к пропорциональному увеличению сложности скремблирующего устройства и надежности его работы в условиях помех.

Для проведения дальнейшего анализа работы  $\Sigma\Delta$ -АЦП во временной области и определения эффективности принимаемых решений, направленных на минимизацию погрешности квантования, было получено следующее выражение:

$$U_x = \frac{m - n}{m + n} U_0, \quad (7)$$

где  $U_0 = |\pm U_0|$ ,  $n$  – количество тактов преобразования соответствующих подключению положительного опорного напряжения, а  $m$  – отрицательного. Данное выражение получено детализацией (1) с учетом (5) и описывает процесс формирования результата во временной области.

На рис. 3 представлены графики формирования результата преобразования во времени, полученные с помощью выражения (7). Видно, что процесс имеет строго фиксированную структуру, определяемую средним значением входного напряжения.

Таким образом, проведенный анализ работы алгоритма  $\Sigma\Delta$ -преобразования во временной области показал, что значения погрешности квантования на каждом конкретном интервале формирования развертывающей функции, на котором вычисляется результат преобразования, являются случайной величиной из допустимого диапазона. Однако сам процесс формирования погрешности квантования строго детерминирован, а значения погрешности квантования в каждом

текущем такте работы  $T_0$  являются не случайными, а строго определенными и напрямую зависят от условий работы преобразователя.

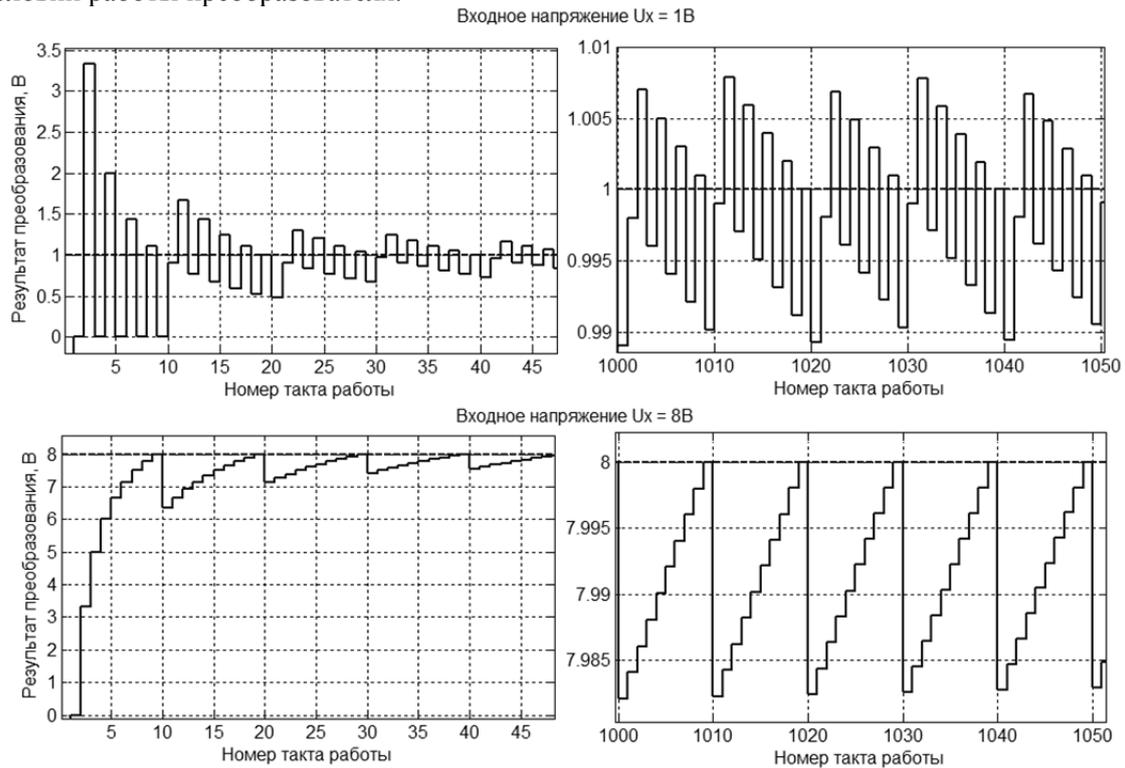


Рис. 3. Графики формирования результата преобразования во времени для входных напряжений  $U_x = 1 В$  и  $U_x = 8 В$  ( $U_0 = 10 В$ )

### Список литературы

1. Кестер, У. Аналого-цифровое преобразование / У. Кестер ; пер. с англ. ; под ред. Е. Б. Володина. – М. : Техносфера, 2007. – 1016 с.
2. Шахов, Э. К.  $\Sigma\Delta$ -АЦП: Процессы передискретизации, шейпинга шума квантования и децимации / Э. К. Шахов // Датчики и системы. – 2006. – № 11. – С. 50–57.
3. Юрманов, В. А. Реализации передискретизации в  $\Sigma\Delta$ -АЦП на непрерывных интеграторах / В. А. Юрманов, К. Ю. Пискаев, А. В. Куц // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2014. – № 1 (25). – С. 113–121.
4. Официальный сайт фирмы Analog Devices. – URL: <http://www.analog.com>, свободный (дата обращения: 14.01.2015).
5. Официальный сайт фирмы Texas Instruments. – URL: <http://www.ti.com>, свободный (дата обращения: 16.01.2015).
6. Особенности разработки макромоделей надежности сложных электронных систем / Н. К. Юрков, А. В. Затылкин, С. Н. Полесский, И. А. Иванов, А. В. Лысенко // Труды международного симпозиума Надежность и качество, 2014. – Т. 1. – С. 101–102.
7. Шахов, Э. К.  $\Sigma\Delta$ -АЦП: Классификация и математические модели / Э. К. Шахов // Датчики и системы. – 2006. – № 12. – С. 69–77.
8. Баннов, В. Я. Автоматизированный стенд исследования процедуры формирования тестового воздействия при проведении диагностики логических схем электронных устройств / В. Я. Баннов, Е. В. Сапрова, А. В. Затылкин // Труды международного симпозиума Надежность и качество, 2011. – Т. 2. – С. 32–34.
9. Информационная технология многофакторного обеспечения надежности сложных электронных систем / Н. К. Юрков, А. В. Затылкин, С. Н. Полесский, И. А. Иванов, А. В. Лысенко // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 4. – С. 75–79.
10. Yurkov, N. K. A comparative analysis of the accuracy and dynamic characteristics of two systems for converting the parameters of passive electrical quantities into on active quantity / N. K. Yurkov, E. N. Kuznetsov, N. E. Kuznetsov // Measurement Techniques. – 2007. – V. 50, № 2. – February. – P. 184–189.

11. Analysis of the errors of active converters of passive electrical quantities / N. K. Yurkov, E. N. Kuznetsov, N. E. Kuznetsov, B. V. Tsyplin // Measurement Techniques. – 2006. – V. 49, № 7. – July. – P. 703–705.

**Юрманов Валерий Анатольевич**

кандидат технических наук, доцент,  
кафедра информационных технологий и систем,  
Пензенский государственный  
технологический университет  
(440039, Россия, г. Пенза,  
проезд Байдукова / ул. Гагарина, 1а/11)  
(841-2)49-60-09  
E-mail: YurmanovVA@gmail.com

**Yurmanov Valeriy Anatol'evich**

candidate of technical sciences, associate professor,  
sub-department of information technologies and systems,  
Penza State Technological University  
(440039, 1a/11, Baydukova travel / Gagarina street,  
Penza, Russia)

**Пискаев Кирилл Юрьевич**

старший преподаватель,  
кафедра информационных технологий и систем,  
Пензенский государственный  
технологический университет  
(440039, Россия, г. Пенза,  
проезд Байдукова / ул. Гагарина, 1а/11)  
(841-2)49-60-09  
E-mail: PiskaevK@gmail.com

**Piskaev Kirill Yur'evich**

senior lecturer,  
sub-department of information technologies and systems,  
Penza State Technological University  
(440039, 1a/11, Baydukova travel / Gagarina street,  
Penza, Russia)

**Аннотация.** Сегодня  $\Sigma\Delta$ -АЦП считаются наиболее совершенными в классе интегрирующих аналого-цифровых преобразователей, что обусловлено их высокими метрологическими (достигнуто разрешение в 24 разряда) и техническими (простота реализации, надежность и т.д.) характеристиками. Однако по совокупному критерию «точность-быстродействие» современные  $\Sigma\Delta$ -АЦП остаются непригодными для многих областей применения. В работе синтезирована дискретная модель, описывающая процесс преобразования во временной области. Модель объясняет механизм появления методической погрешности квантования и может использоваться при поиске алгоритмических и технических решений, направленных на ее минимизацию, в том числе в задачах оптимизации преобразователя по критерию «точность-быстродействие» для конкретной предметной области.

**Ключевые слова:** интегрирующие аналого-цифровые преобразователи;  $\Sigma\Delta$ -АЦП; погрешность квантования  $\Sigma\Delta$ -АЦП; анализ работы  $\Sigma\Delta$ -АЦП во временной области.

**Abstract.** Today  $\Sigma\Delta$ -ADCs are the most advanced in the class of integrating analog-to-digital converters. This situation are explained their high metrological (achieved resolution of 24 bits) and technical (ease of implementation, reliability, etc.) characteristics. However, the aggregate criterion of «precision-performance» modern  $\Sigma\Delta$ -ADCs are unsuitable for many applications. In this paper was synthesized discrete model describing the process of conversion in the time domain. The model explains the process of the emergence of the quantization errors and can be used in the development of algorithms and technical solutions for its reduction. In addition the model can be used for solving ADC optimization problems.

**Key words:** integrating analog-to-digital converters;  $\Sigma\Delta$ -ADC; quantization errors in  $\Sigma\Delta$ -ADC; analysis of  $\Sigma\Delta$ -ADCs in the time domain.

УДК 621.3.087.92

**Юрманов, В. А.**

**Анализ погрешности квантования  $\Sigma\Delta$ -АЦП / В. А. Юрманов, К. Ю. Пискаев // Надежность и качество сложных систем. – 2015. – № 1 (9). – С. 24–29.**